

## PODUDARNOST DUŽI I UGLOVA

Umesto da se bavimo formalnim definicijama podudarnosti duži i uglova, daćemo opisno objašnjenje šta znači da su dve duži podudarne ili dva ugla podudarna.

Najjednostavnije rečeno, pojam podudarnosti duži ekvivalentan je pojmu jednakosti duži. Dve duži su jednake ako imaju istu dužinu.

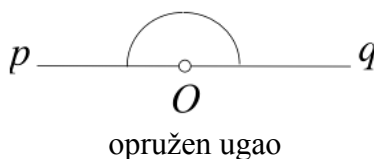
Dva ugla su podudarna ako kada bismo jedan od tih uglova, „stavili” na ovaj drugi, oni bi se potpuno preklopili. Drugačije rečeno, podudarni uglovi su oni koji imaju istu meru.

Prosto rečeno, podudarne figure u ravni su one figure koje se nekom vrstom „kretanja” po ravni mogu preklopiti.

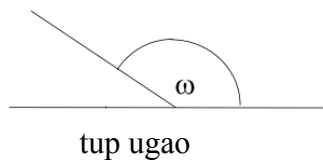
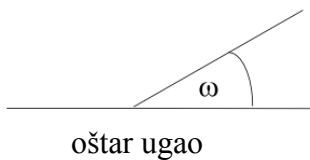
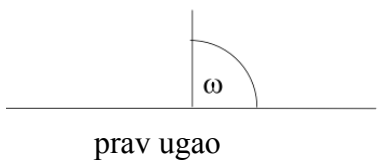
Ovo naravno nisu definicije, ali u ovom stadijumu učenja matematike nepotrebno je opterećivati se formalnim definicijama.

Podsetimo se nekih informacija o uglovima koje su nam već poznate iz osnovne škole:

Ugao je deo ravni oivičen sa dve poluprave koje imaju zajednički početak. Te poluprave nazivaju se *kracima ugla*, a njihova početna tačka je *teme ugla*. Ako kraci ugla čine jednu pravu, taj ugao se zove *opružen ugao*.



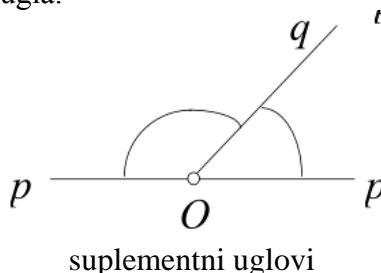
Postoje tri osnovne vrste uglova: *oštar*, *prav* i *tup ugao*.



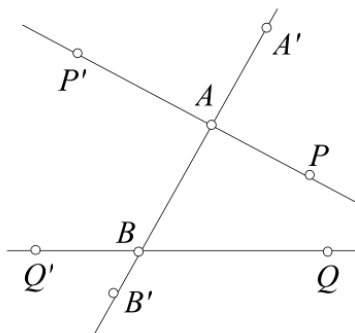
Oštar ugao je onaj ugao čija je mera manja od  $90^\circ$ , prav je onaj ugao koji je jednak  $90^\circ$ , a tup, onaj koji je veći od  $90^\circ$ . Ugao čija je mera  $360^\circ$  jeste *pun ugao*.

Definicija 1: Dva ugla su *komplementna* ako je njihov zbir  $90^\circ$ . Tada se kaže da se ta dva ugla dopunjuju do pravog ugla.

Definicija 2: Dva ugla su *suplementna* ako je njihov zbir  $180^\circ$ . Tada se kaže da se ta dva ugla dopunjuju do opruženog ugla.



**Definicija 3:** *Transferzalni uglovi* su uglovi koji se dobijaju kada jedna prava  $t$  (transferzala) seče date prave  $a$  i  $b$ .



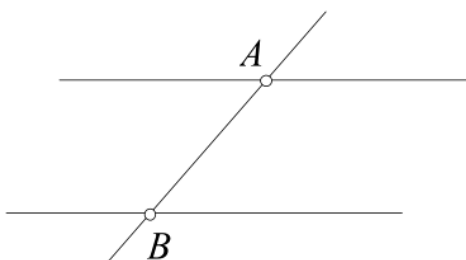
Neka su oznake kao na gornjoj slici. Sada ćemo razmotriti neke od uglova koje na njoj uočavamo:

- 1) Za uglove  $A'AP$  i  $ABQ$  kaže se da su **saglasni**.
- 2) Za uglove  $PAB$  i  $QBA$  kao i uglove  $PAA'$  i  $QBB'$  kaže se da su **suprotni**.
- 3) Za uglove  $PAB$  i  $Q'BA$ , kao i uglove  $PAA'$  i  $Q'BB'$  kaže se da su **naizmenični**.

Inače, uglovi na transferzali čiji kraci sadrže duž  $AB$  zovu se **unutrašnji** a oni drugi **spoljašnji**. Dakle, prethodne pojmove možemo da uvedemo i na sledeći način:

- 1) Jedan spoljašnji i jedan unutrašnji ugao sa iste strane transferzale su saglasni uglovi.
- 2) Dva spoljašnja ili dva unutrašnja ugla sa iste strane transferzale su suprotni uglovi
- 3) Dva spoljašnja ili dva unutrašnja nesusedna ugla sa raznih strana transferzale su naizmenični uglovi.

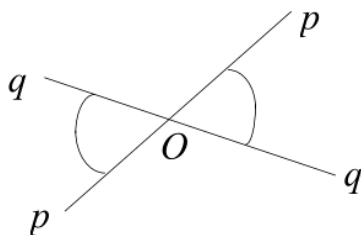
Za nas je od posebnog interesa slučaj kada su prave  $PP'$  i  $QQ'$  paralelne.



Sada možemo zaključiti da su suprotni uglovi, na transferzali paralelnih pravih, suplementni. Direktna posledica toga je i da su saglasni uglovi na transferzali paralelnih pravih kao i naizmenični uglovi među sobom podudarni.

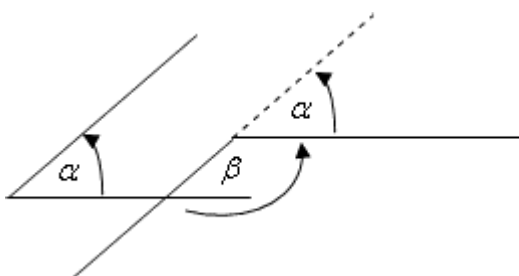
Kao direktna posledica ovakvog razmatranja, dolaze sledeći stavovi koji su od velikog značaja u geometriji:

**Stav 1:** *Unakrsni uglovi* su jednaki među sobom.



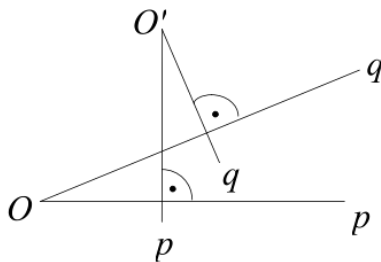
**Stav 2: Uglovi sa paralelnim kracima:** Neka su  $pOq$  i  $p'Oq'$  dva konveksna ugla neke ravni sa kracima takvim da je  $p \parallel p'$ ,  $q \parallel q'$ . Tada:

- 1) Ako su oba od tih uglova oštri, ili oba tupi, oni su među sobom jednaki;
- 2) Ako je jedan od njih oštar, a drugi tup, oni su suplementni.



**Stav 3: Uglovi sa normalnim kracima:** Neka su  $pOq$  i  $p'Oq'$  dva konveksna ugla neke ravni sa kracima takvim da je  $p \perp p'$ ,  $q \perp q'$ . Tada:

- 1) Ako su oba ugla oštra, ili oba tupa, oni su međusobno jednaki;
- 2) Ako je jedan ugao oštar, a drugi tup, oni su suplementni



**ZADACI:**

1. Da li je moguće da razlika dva ugla bude jednaka pravom uglu, ako su:

- |                        |                                  |
|------------------------|----------------------------------|
| a) oba ugla oštra;     | b) jedan ugao oštar a drugi tup; |
| c) uglovi suplementni; | d) oba ugla tupa?                |

Ako je ovo moguće, koliko takvih parova uglova ima?

2. Ako su  $\alpha$  i  $\beta$  dva komplementna ugla,  $\gamma$  je suplementan sa  $\alpha$ , a  $\delta$  je suplementan sa  $\beta$ . Naći zbir  $\gamma + \delta$ .

3. Neka je  $\gamma$  oštar ugao i  $\alpha - \gamma = 90^\circ$   $\beta + \gamma = 90^\circ$ . Kakav je ugao  $\alpha$  i kakav je ugao  $\beta$  i koji je od uglova  $\alpha$  i  $\beta$  veći?

4. Razlika dva naporedna ugla je prav ugao. Izračunati ove uglove.

- 5.** Ako je jedan od četiri uglova koju dve prave, koje se seku, jednak polovini pravog ugla, koliki su ostali uglovi?
- 6.** Jedan od osam uglova, koji je nastao kada su dve paralelne prave presečene trećom jednak je tri petine pravog ugla. Odrediti ostalih sedam uglova.
- 7.** U kom uglu je simetrala ortogonalna na krake ugla?
- 8.** U kom uglu se simetrala poklapa sa kracima ugla?
- 9.** Naći svaki od dva suplementna ugla ako je jedan od njih jedan ipo puta veći od drugog.
- 10.** Naći ugao između simetrala dva naporedna ugla.